

Question 1

Marie et Luc se défont au 100m. Ils effectuent 4 courses.

Marie réalise les temps suivants : 9,97; 10,02 ; 10,27 et 10,35

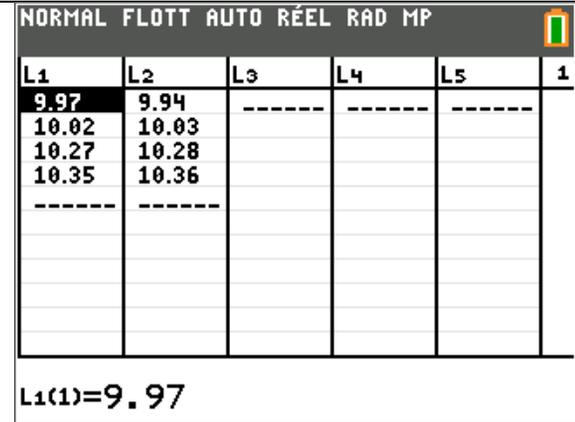
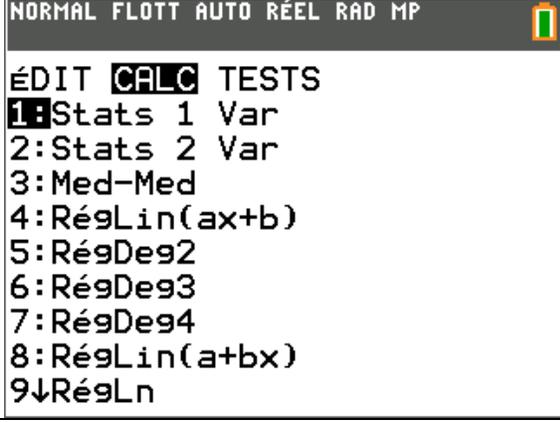
Luc réalise les temps suivants : 9,94; 10,03 ; 10,28 et 10,36

En moyenne, qui est le plus rapide ? Et le plus régulier ?

Réponse :

Il faut étudier ces deux séries statistiques pour se rendre compte que Marie et Luc ont réalisé le même temps moyen. Mais Marie a un meilleur écart-type.

Comment faire avec la TI-83 Premium CE ?

	
<p>On va dans le menu « Stats » puis on sélectionne « Modifier » dans l'onglet « Edit »</p>	<p>On saisit les données dans L1 et L2</p>
	
<p>On va analyser les données à l'aide de la fonction « Stats 1 Var » dans le menu « Stats » puis l'onglet « Calc »</p>	<p>On complète les champs pour analyser par exemple les données contenues dans L1</p>

<p>NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP </p> <p>Stats 1 var</p> <p>$\bar{x}=10.1525$ $\Sigma x=40.61$ $\Sigma x^2=412.3967$ $Sx=.1858987179$ $\sigma x=.1609930123$ $n=4$ $\min X=9.97$ $\downarrow Q_1=9.995$</p>	<p>NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP </p> <p>Stats 1 var</p> <p>$\bar{x}=10.1525$ $\Sigma x=40.61$ $\Sigma x^2=412.4125$ $Sx=.1995620204$ $\sigma x=.1728257793$ $n=4$ $\min X=9.94$ $\downarrow Q_1=9.985$</p>
<p>Marie (L1) a réalisé un temps moyen de 10.1525 s pour un écart-type d'environ 0.161</p>	<p>Luc (L2) a réalisé un temps moyen de 10.1525 s pour un écart-type d'environ 0.173</p>

Question 2

Une fédération de Judo a relevé le pourcentage de filles au cours des 5 dernières années parmi tous ses combattants. Elle obtient les résultats suivants :

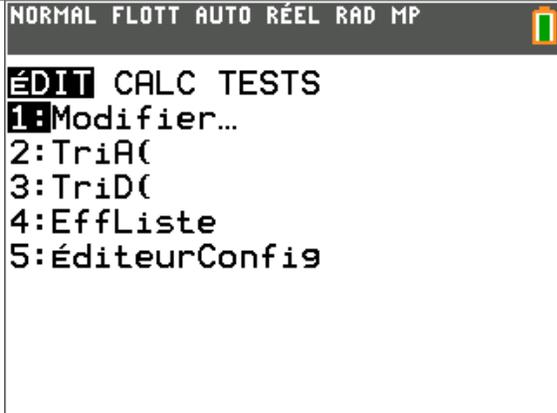
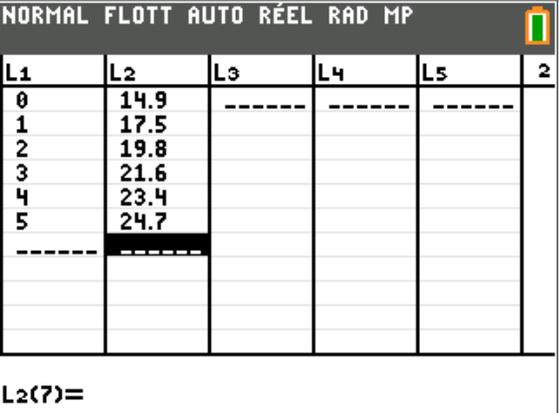
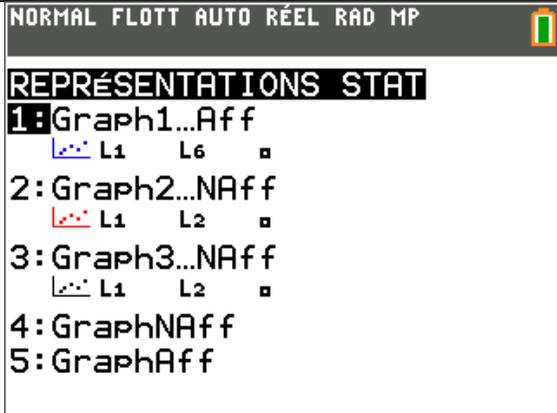
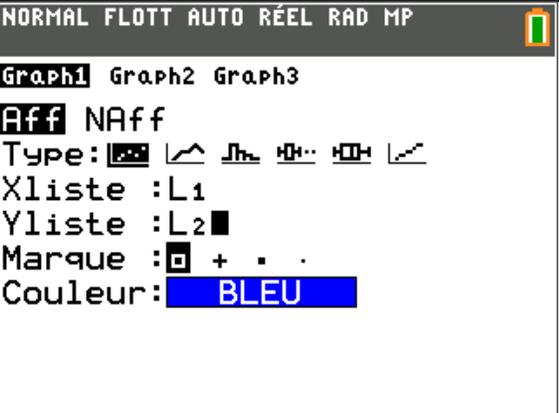
Année	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Pourcentage	14.9	17.5	19.8	21.6	23.4	24.7

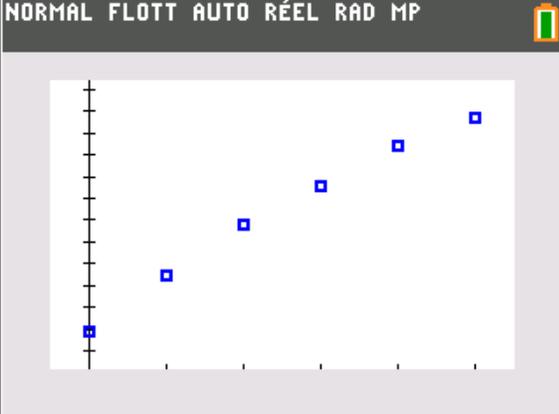
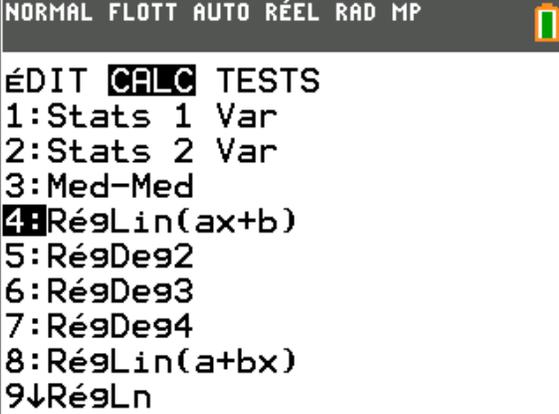
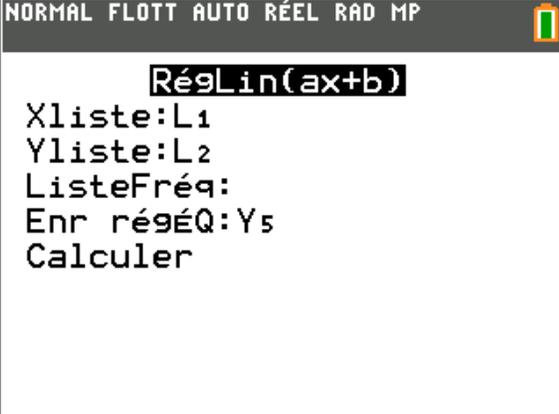
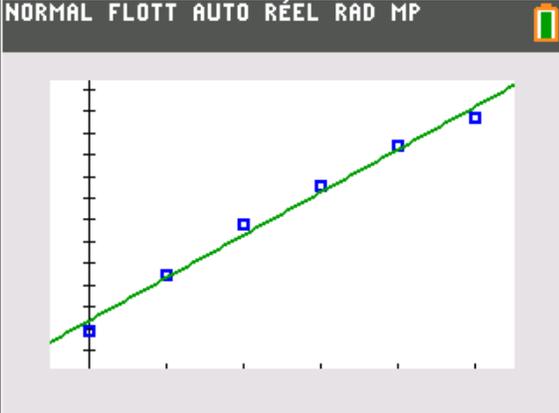
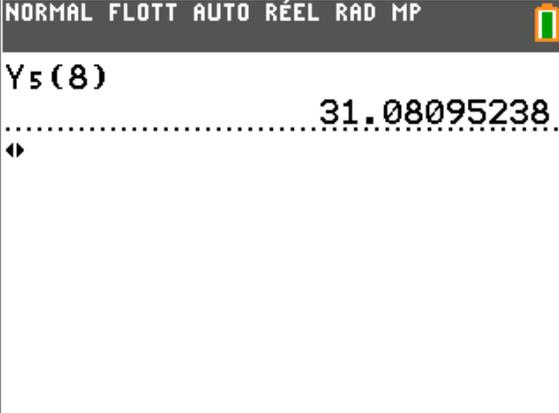
Quel pourcentage représenteront-elles probablement en 2018 ?

Réponse :

Il faut étudier cette série statistique pour réaliser un ajustement affine et prévoir ce qui se passera pour l'année 2018 (rang 8) et envisager que le pourcentage de filles en 2018 sera environ égal à 31,1

Comment faire avec la TI-83 Premium CE ?

	
<p>On va dans le menu « Stats » puis on sélectionne « Modifier » dans l'onglet « Edit »</p>	<p>On saisit les données dans L1 (rang de l'année) et L2 (pourcentage)</p>
	
<p>On va observer le nuage de points en configurant la représentation graphique de</p>	<p>On complète les champs comme ci-dessus.</p>

<p style="text-align: center;">graph statsf1</p> <p style="text-align: center;"> 2nde f(x) </p> <p>données :</p>	
	
<p>Un ajustement linéaire semble raisonnable à envisager.</p>	<p>Dans le menu « Stats » et l'onglet « Calc » on choisit la fonction « RegLin(ax+b) »</p>
	
<p>On remarquera le stockage de l'équation de la droite affine dans la fonction Y5</p>	<p>On obtient les coefficients suivants.</p>
	
<p>On observe la droite d'ajustement linéaire...</p>	<p>Le calcul du pourcentage pour l'année de rang 8 (donc 2018) nous permet de trouver un pourcentage d'environ 31.1</p>

Question 3

Un tournoi oppose 6 équipes de Badminton et il y a 3 terrains disponibles. Peut-on réaliser un programme capable d'établir les rencontres à chaque tour ?

Réponse :

On peut modéliser un tour d'un tournoi de la façon suivante :

1	2	3
6	5	4

Ici l'équipe 1 affronte l'équipe 6, la 2 affronte la 5 et la 3 affronte la 4.

Ce qui donne sous forme de liste

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

Une méthode pour trouver toutes les combinaisons de match consiste à bloquer une équipe, par exemple la 6 et à réaliser une permutation circulaire sur les 5 autres équipes.

Ce qui donne le résultat suivant :

Tour 1

1	2	3
6	5	4

Liste :

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

Tour 2

5	1	2
6	4	3

Liste :

5	1	2	3	4	6
---	---	---	---	---	---

Tour 3

4	5	1
6	3	2

Liste :

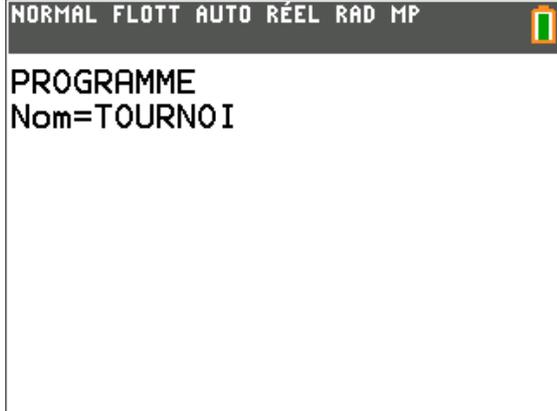
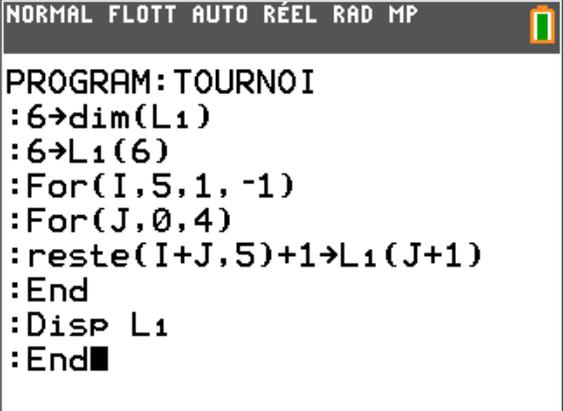
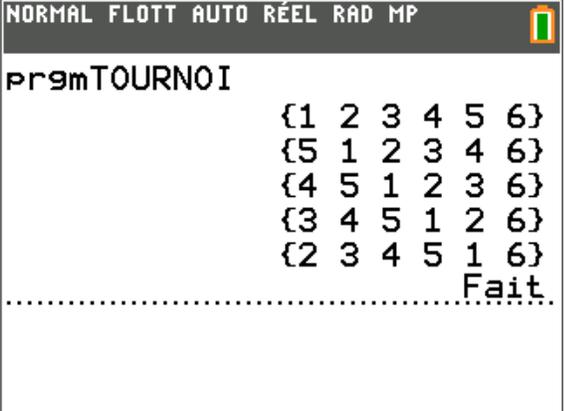
4	5	1	2	3	6
---	---	---	---	---	---

Et ainsi de suite.

Nous allons réaliser un programme capable de produire les 5 listes (donc les 5 tours) du tournoi.

Sauriez-vous alors prolonger ce travail pour 8 équipes ? 9 équipes ? N équipes ?

Comment faire avec la TI-83 Premium CE ?

 <p>NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP</p> <p>PROGRAMME Nom=TOURNOI</p>	 <p>NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP</p> <p>PROGRAM:TOURNOI :6→dim(L1) :6→L1(6) :For(I,5,1,-1) :For(J,0,4) :reste(I+J,5)+1→L1(J+1) :End :Disp L1 :End■</p>
<p>On crée un programme Tournoi dans l'onglet « nouveau » du menu « programme »</p>	<p>On saisit le programme suivant.</p>
 <p>NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP</p> <p>prgmTOURNOI■</p>	 <p>NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP</p> <p>prgmTOURNOI</p> <p>{1 2 3 4 5 6} {5 1 2 3 4 6} {4 5 1 2 3 6} {3 4 5 1 2 6} {2 3 4 5 1 6} Fait.</p>
<p>On lance le programme Tournoi dans l'écran de calcul (en le sélectionnant cette fois-ci dans l'onglet « Exec »</p>	<p>On obtient alors l'affichage des 5 tours. On peut évidemment améliorer la routine d'affichage pour obtenir pour chaque liste quelque chose de la forme 1-6 ; 2-5 ; 3-4 (ici pour le premier tour) – voir début des explications de la modelisation.</p>

Question 4

Un basketteur s'interroge sur la position optimale de sa main pour obtenir la meilleure portée de tir, c'est-à-dire l'angle de tir à donner au ballon au moment où on le lâche, pour que celui-ci aille le plus loin possible.

Pourriez-vous l'aider ?

Traditionnellement, on modélise ce lancé par la fonction mathématique suivante :

$y(x) = \frac{-gx^2}{2V_0^2 \cos(\alpha)^2} + \tan(\alpha) x$ où g vaut 10 m/s^2 et V_0 vaudra, ici, 9 m/s (on ne tient compte d'aucun autre paramètre comme la hauteur de tir par exemple).

Réponse :

Simplifions l'expression en remplaçant par les valeurs numériques fournies.

$$y(x) = \frac{-5x^2}{81\cos(\alpha)^2} + \tan(\alpha) x$$

Deux approches possibles pour se convaincre que l'angle optimal est de 45°

Une approche expérimentale où l'on recherche l'angle notamment à l'aide de différentes représentations graphiques.

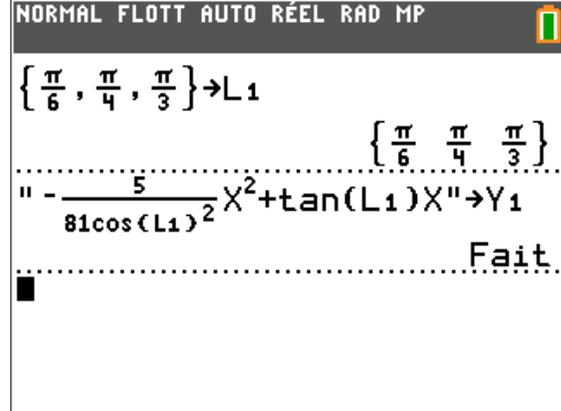
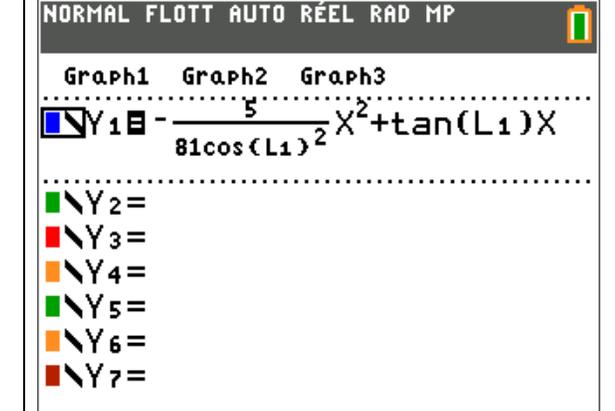
Une approche calculatoire où l'on déduit que la portée se traduit par la recherche de la solution à l'équation suivante : $\frac{-5x^2}{81\cos(\alpha)^2} + \tan(\alpha) x = 0$. (Impact au sol dont on va chercher à maximiser la

distance). On factorise par x et l'obtient qu'une solution pertinente est de la forme :

$x = \frac{81}{5} \tan(\alpha) \cos(\alpha)^2$. On transforme alors, à l'aide de formule trigonométrique cette solution pour obtenir finalement que $x = \frac{81}{5} \sin(\alpha) \cos(\alpha) = \frac{81}{5} \times \frac{1}{2} \sin(2\alpha)$.

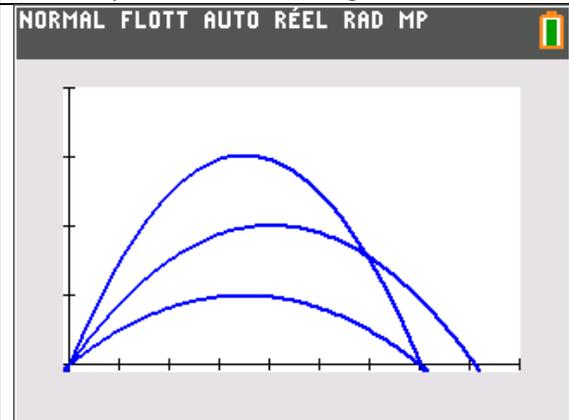
La portée est maximale lorsque $\sin(2\alpha)$ est maximal, c'est-à-dire lorsqu'il vaut 1, c'est-à-dire lorsque $2\alpha = 90^\circ$ c'est-à-dire lorsqu' $\alpha = 45^\circ$

Comment faire avec la TI-83 Premium CE ?

 <p>NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP</p> <p>$\left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3} \right\} \rightarrow L_1$</p> <p>$\left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3} \right\}$</p> <p>" - $\frac{5}{81\cos(L_1)^2} X^2 + \tan(L_1) X$" $\rightarrow Y_1$</p> <p>Fait.</p>	 <p>NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP</p> <p>Graph1 Graph2 Graph3</p> <p>$Y_1 = -\frac{5}{81\cos(L_1)^2} X^2 + \tan(L_1) X$</p> <p>$Y_2 =$</p> <p>$Y_3 =$</p> <p>$Y_4 =$</p> <p>$Y_5 =$</p> <p>$Y_6 =$</p> <p>$Y_7 =$</p>
<p>Il est possible avec la calculatrice d'observer plusieurs courbes, simultanément avec une</p>	<p>On peut vérifier dans l'éditeur d'équation que la fonction Y_1 a bien été définie à partir de l'écran</p>

seule équation. Il faut saisir les coefficients dont on souhaite étudier les variations dans des listes.

Ici, on a placé 3 valeurs d'angles dans la liste L1.



En observant l'ordre de tracé et les résultats obtenus, on constate que c'est la 2eme courbe qui a la portée la plus importante, soit un angle de $\frac{\pi}{4}$ radian

de calcul.

Question 5

Pour tirer son pénalty, un joueur de foot a 4 possibilités. Il peut tirer, au hasard, en haut à gauche, en haut à droite, en bas à gauche ou en bas à droite.

Lors d'une séance de tirs au but, un gardien a décidé de systématiquement plonger en bas à gauche. Si on considère qu'il y aura 5 tirs au but, qu'elle est la probabilité que le gardien arrête au moins un pénalty ?

Réponse :

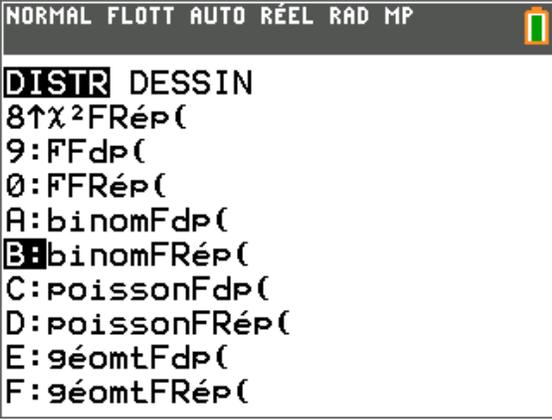
A chaque tir, le gardien a une chance sur quatre d'arrêter le pénalty. Il y a 5 tirs.

On considère donc X une variable aléatoire qui suit une loi binomiale de paramètre $n=5$ et $p=1/4$ et l'on cherche $P(X \geq 1)$.

On obtient $P(X \geq 1) \approx 0,76$

Comment faire avec la TI-83 Premium CE :

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X \leq 0)$$

 <p>NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP</p> <p>DISTR DESSIN 8: χ^2FRép(9: FFDp(0: FFRép(A: binomFdp(B: binomFRép(C: poissonFdp(D: poissonFRép(E: géomtFdp(F: géomtFRép(</p>	 <p>NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP</p> <p>binomFRép nombreEssais:5 p:0.25 valeur de x:0 Coller</p>
<p>On va dans le menu « Distrib » à l'aide des touches</p> <p style="text-align: center;">distrib</p> <p>2nde var</p>	<p>On va utiliser la fonction « binomFRép » qui donne la probabilité $P(X \leq k)$ pour une loi binomiale de paramètre n, p</p>

NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP



1-binomFRép(5,0.25,0)
.....7626953125

On obtient que $P(X \geq 1) \approx 0.76$

Question 6

Lors d'un marathon, le temps moyen constaté chez les seniors a été de 4h.

Si on note X la variable aléatoire qui mesure, en heure, l'écart avec le temps moyen et que l'on suppose que la variable aléatoire suit une loi normale centrée réduite, quelle est la probabilité, pour un senior d'arriver avec plus d'un quart d'heure par rapport au temps moyen ?

Réponse :

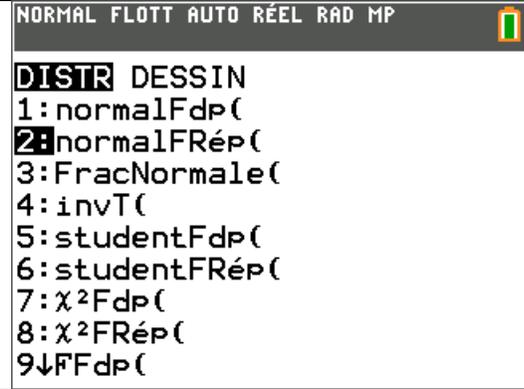
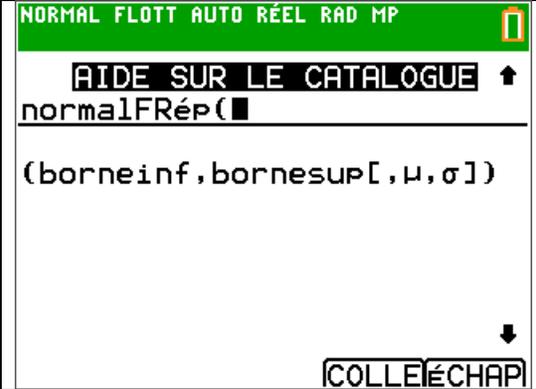
La mesure s'effectue en heure. Un écart supérieur à un quart d'heure se traduit donc par $X \geq 0,25$

On cherche donc $P(X \geq 0,25)$ où X suit une loi normale $N(0;1)$

$$P(X \geq 0,25) \approx 0.401$$

Comment faire avec la TI-83 Premium CE :

$$P(X \geq 0,25) = P(X \geq 0) - P(0 \leq X \leq 0,25) = 0,5 - P(0 \leq X \leq 0,25)$$

	
<p>On va dans le menu « Distrib » à l'aide des touches</p> <p style="text-align: center;">distrib</p> <p>2nde var</p>	<p>On va utiliser la fonction « normalFRep » qui donne la probabilité $P(\text{borneinf} \leq X \leq \text{bornesup})$ pour une loi normale de paramètre μ et σ</p>

NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP



0.5-normalFRép(0,0.25,0,1)
.....4012937262



On obtient que $P(X \geq 0,25) \approx 0.401$

Question 7

Le buteur de l'équipe de foot est lancé en direction des buts adverses. Alors qu'il court tout droit, avec un décalage de 4,93m (précis !) à gauche du premier poteau, il cherche le meilleur angle de tir pour tenter sa frappe. Il pense pour cela qu'il doit s'approcher le plus possible du bord du terrain.

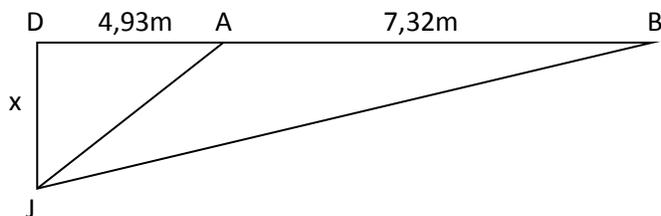
Et vous, qu'en pensez-vous ? La largeur des buts est de 7,32m

Réponse :

En réalité, s'il le buteur est en recherche du meilleur angle de tir (c'est-à-dire avoir l'angle, entre lui et les deux poteaux du but, le plus grand possible), il faudra qu'il tente sa frappe à 7,77m du bord du terrain.

Modélisons la situation :

J le joueur, A le premier poteau, B le second poteau. On cherche la distance idéale DJ pour que l'angle \widehat{AJB} soit maximal. On suppose que (DJ) et (AB) sont perpendiculaires.

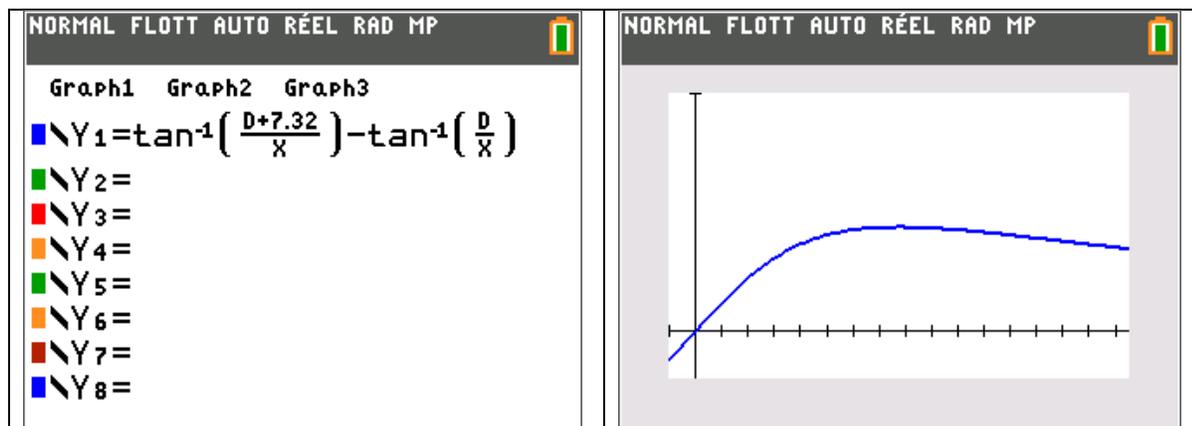


Un raisonnement géométrique élémentaire permet de déduire l'expression de l'angle \widehat{AJB} en fonction de la longueur DJ. On va faire la différence entre l'angle \widehat{DJB} et l'angle \widehat{DJA}

On obtient l'expression suivante : « $\arctan\left(\frac{7.32+4.93}{x}\right) - \arctan\left(\frac{4.93}{x}\right)$ »

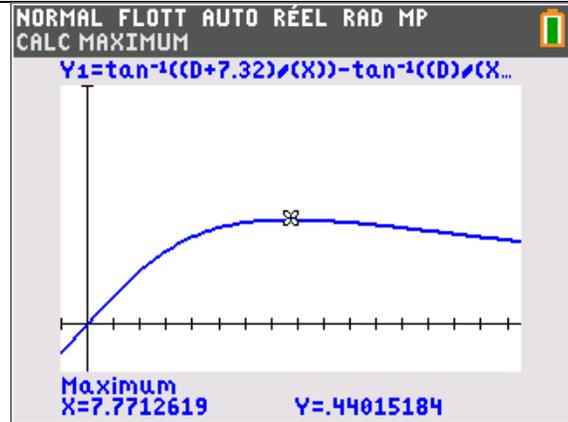
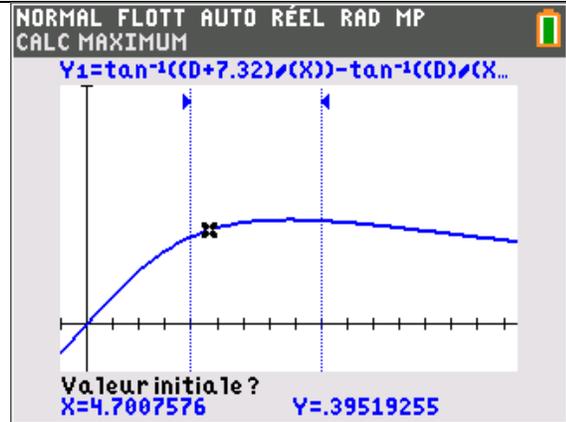
Une étude de cette fonction permet d'obtenir que l'angle est maximal pour un tir à 7,77m du terrain

Comment faire avec la TI-83 Premium CE :



On va saisir cette fonction dans l'éditeur d'équation. On a enregistré le décalage de 4.93m dans la variable D pour pouvoir examiner ultérieurement son influence sur la situation.

On représente graphiquement la fonction en ajustant le zoom pour se rendre compte qu'il y a bien une variation et un maximum.



Je peux obtenir une approximation de ce maximum à l'aide du menu « Calculs »

Et ainsi obtenir la valeur arrondie de 7,77m

calculs f4

2nde trace

NORMAL FLOTT AUTO RÉEL RAD MP
APP SUR + POUR ΔTb1

X	Y1			
7	.43805			
7.1	.43858			
7.2	.43903			
7.3	.4394			
7.4	.43969			
7.5	.43991			
7.6	.44006			
7.7	.44014			
7.8	.44015			
7.9	.4401			
8	.43999			

X=7.8

NORMAL FLOTT AUTO RÉEL DEGRÉ MP

"tan⁻¹($\frac{D+7.32}{X}$) - tan⁻¹($\frac{D}{X}$)" → Y1

Fait

fMax(Y1, X, 0, 16.5)

7.771260401

√D(D+7.32)

7.771261159

Y1(X)

25.21848669

Je peux également obtenir ce maximum en examinant la table de valeur à l'aide des menus « Table » et « DéfTable »

Je peux également obtenir ce maximum à l'aide d'un travail sur la dérivation de la fonction et vérifier alors mes valeurs.

déf table f2 table f5

fenêtre graphe