

2006 年上海市 TI 杯高二年级数学竞赛

团体赛试题

(2006 年 5 月 21 日上午 11 : 00~11 : 30)

解答本试卷必须写出解题的必要步骤或计算器的算法。

一、(本题满分 20 分)

对于正整数 n , 设 $f(n)$ 为 n^2 的各位数字之和。

(1) 求 $f(2006)$;

(2) 若 $f(n) \geq 30$, 求 n 的最小值。

二、(本题满分 20 分)

4 个实数 a, b, c, d 满足 :

(1) $a \geq b \geq c \geq d$;

(2) $a + b + c + d = 9$;

(3) $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 21$ 。

求证 : (1) $a + b \geq 5$;

(2) $ab - cd \geq 2$ 。

三、(本题满分 20 分)

方程 $\sqrt{x} \sin(x^2) - 2 = 0$ 在区间 $[0, 20]$ 内有多少个实根 ?