

经许可复制

著作权人姓名：刘玉德

探究式学习案例

在探究式学习活动课上 TI 图形计算器的应用

-----分期付款中等额本金还款法

北京育才学校 刘玉德

一、问题的背景：

当前，随着经济发展改革的深入，在商品市场上，消费者购买住房、汽车等价值较高的商品时，为缓解资金的暂缺，消费者可向银行申请贷款，采取分期付款方式。高一数学新教材上册第四章数列的研究性学习内容中介绍了分期付款的一个数学模型，既“等额本息还款法”，它是一个等比数列的问题，这个模型非常有应用价值。在国内外商品交易的分期付款中被广泛的使用。那么：分期付款是否还有其它还款方法吗？带着疑问，我与学生到几个银行进行一番调查，了解到：分期付款还有另一种方法，即“等额本金付款法”，此方法，在国内外商品交易分期付款中也普遍被使用。经研究，我发现此问题是一个等差数列的数学模型，两种分期付款方法，两种数学模型又如此的对称；使我意识到，这不是偶然的巧合，它正说明了，数列知识在金融领域有着广泛的应用，这也大大激发了我对这个问题深入研究的热情和兴趣.....。

下面我就介绍一下；在课堂上，我是怎样通过探究式学习，引导学生来完成“等额本金还款法”的建模过程和用 TI 图形计算器编程解决计算问题的方法。

二、活动设计的目的：

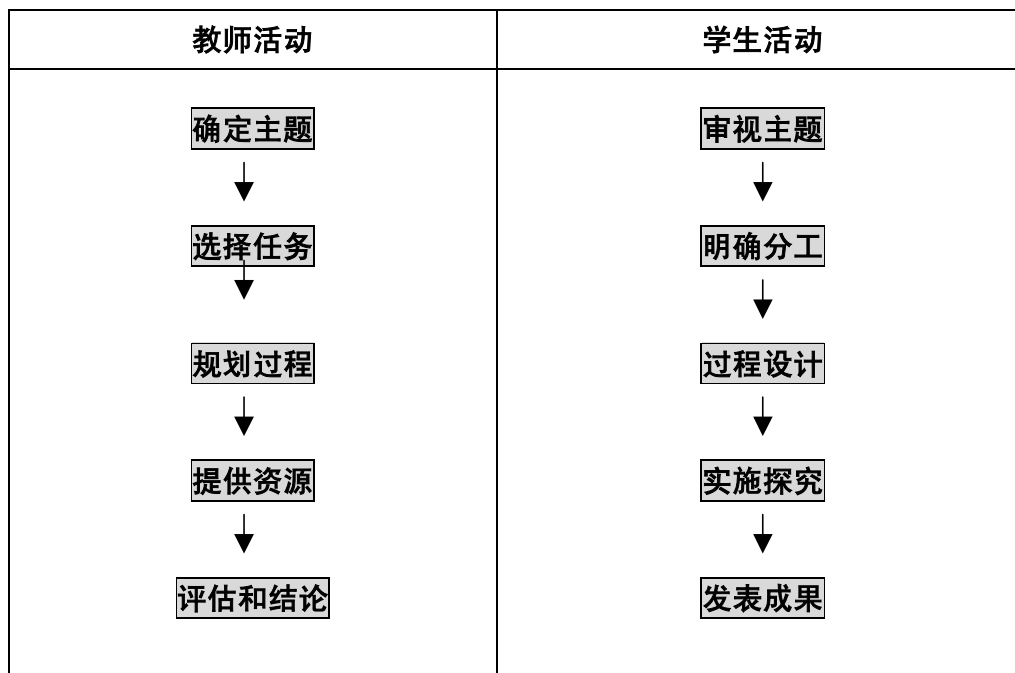
通过对“等额本金”还款法的研究过程：

1. 使学生清楚的看到课本中数学知识（数列）在金融和社会各个领域中的应用的鲜明的背景。激发他们对学习数学的兴趣和动力。
2. 提高学生归纳、总结问题能力；掌握数学建模的思想方法。
3. 使学生学会利用现代技术 TI 图形计算器编程解决计算问题，培养创新能力。
4. 突破中学数学教学中的难点——应用问题、复杂和烦琐的计算。
5. 培养学生的合作精神和合作意识，使学生在合作中体会到合作的重要性、有效性。

三、活动的过程：

探究性活动课包括教师的教学设计活动和学生的探究活动两个方面。教学设计活动一般包括确定主题、选择任务、规划过程、提供资源、评估和结论五个环节，学生的探究活动则主要包括审视主题、明确分工、过程设计、实施探究和发表成果五个环节。

图一：探究性学习的活动过程



教师的设计包括如下几个方面：

- 1、确定主题。确定主题的目的是为了使学生明白将要通过该问题的讨论明确学习什么和开展这项学习活动的目的意义。主题的确定要考虑到学生的学习基础和学习需要。
- 2、设计任务。任务设计是主题的进一步具体化，是任务驱动式学习的一个必要步骤。
- 3、向学生提供探究路径。具体的、可操作的研究路径可减少学生的研究成本。
- 4、评估和结论。教师应对讨论式学习活动进行评估和测评来考察实际效果，以及对整个活动进行反思，对活动的成果进行拓展和推广。

学生的活动内容包括如下几个方面：

- 1、根据主题和任务，进行分工协作，明确各自的任务，通过讨论、互相交流、共同对问题进行探究。
- 2、对老师提供的资源和自己收集掌握的资料、信息进行分析、处理和重组，创造新的思想，得出新的结论。发表自己的探究结论和成果。

下面以教学中开发的分期付款中“等额本金还款法”问题为例，来进一步具体说明探究式学习和应用 TI 图形计算器的活动的过程。

课题名称：在探究性活动课上 TI 图形计算器的应用

课题来源：商品交易过程中的分期付款问题

活动时间：一个课时。

课堂环境：普通教室，6---8 人分为一个小组。

课堂活动：1) 教师用 5 分钟安排（同学们已进行过多次，安排的时间还可以缩短，尽量把课堂时间还给学生！），其中 3 分钟介绍讨论式学习活动的要求，2 分钟安排各个小组的任务。与此同时，向每一位同学推荐活动计划。

2) 同学们分组完成探究任务。在探究过程中，鼓励学生相互交流与合作。

3) 用 10 分钟时间请部分学生在班上介绍自己的探究结果和成果，供大家分享。

图二：教师与学生具体的活动过程

教师提出和设计问题的环境	学生探究过程解决的问题（分组）
目前, 商品交易过程中分期付款有那些方式?	“等额本息”和“等额本金”还款法两种形式（实际调查的结果）
“等额本金还款法”的原则?	每期还款额= 本金 + 利息
各期还款额归纳结果是什么?	发现是等差数列的通项公式
第 n 期还款总额结果是什么?	等差数列的前 n 项和公式
计算问题如何解决还有什么更好的方法?	编程可以解决各种付款方案的结果
编写什么程序?	各期付款和付款总额的计算程序
鼓励、评估、总结	反思, 纠正、提问

四、 活动结果及分析

从教师的活动方面来说, 讨论式学习是探究式学习模式与当前我们开展的研究性学习模式有不同之处, 前者的研究主题、任务、路径和资源都由教师提供, 而后者从课题的选择、研究的设计、参考文献的查找等都由学生自主地完成, 所以, 探究性模式是一种由教师“控制”程度相对较高的研究, 适合于目标较为明

确的课堂教学。

从学生的活动方面来说,开展探究式学习,目的是为了锻炼学生的实践能力和解决问题的能力,方式主要是学生利用所学课本知识和自己了解到的及教师提供的资料和信息自主地去完成,学生们进行了交流与合作,并以小组为单位提交了书面结果。学生对这些信息进行了归纳总结,说明同学们完成老师安排的任务质量还是较高的。因此,开展的探究式学习与我们当前开展的研究性学习在培养学生创新性能力的宗旨上是一致的。

五、收获体会

通过课堂实践,自己感觉到这种学习方式有以下一些突出的优点:

1、在课堂教学中开展探究式学习,有利于知识的积累和能力的提高。首先,在老师的周密设计下,学习目标是具体的、明确的。其次,带着主题和任务的分析问题,拓宽了学生的视野及知识面。再次,以社会内容为课题来源的活动,使学生明确知识来源于社会,又服务于社会。

2、在课堂上遇到计算量大、计算烦琐、容易出错等问题,运用 TI 图形计算器解决了这个问题,是一种创新思维。也使学生看到了用 TI 图形计算器,在学习和解决实际问题的重要性和实效性,激发了学习兴趣。

六、参考文献:

- 1、现行高中数学新教材课本上册。
- 2、中国建设银行个人金融产品商业贷款资料。
- 3、美国德州仪器公司 TI 计算器参考手册。

附件: 课题内容:

在探究式学习活动课上 TI 图形计算器的应用

-----分期付款中等额本金还款法

北京育才学校

刘玉德

一、问题提出

当前,随着经济发展改革的深入,在商品市场上,消费者购买住房、汽车等价值商较高的商品时,为缓解资金的暂缺,消费者可向银行申请贷款,采取分期付款方式。如,购买一套价值为 400000 元的住房,五年(也有 3 年、4 年,10 年等)内将全部款付清。假设有以下几种付款方案:

方案 1: 分 15 次付款(购房后每 4 个月付款一次),5 年付清(60 个月)。

方案 2: 分 30 次付款 (购房后每 2 个月付款一次), 5 年付清 (60 个月)。

方案 3: 分 60 次付款 (购房后每 1 个月付款一次), 5 年付清 (60 个月)。

(假如你的家庭意欲采取分期付款购买住房或轿车, 你能运用所学知识对几种付款方式进行权衡吗?)

资料: 分期付款的有关情况和规定 (等额本金还款法):

- 1、贷款人每次等额偿还本金,
- 2、贷款利息随本金逐月递减

消费者从上面选择付款方案时, 需要知道几种方案中每期应付款多少, 付款总额为多少, 这样才便于比较、权衡。确定自己按那种方案购买住房。。

下面我们研究一下, 采用方案 2, 每期应付款各为多少, 五年总共应付款多少? ,

二、 研究过程

1、每期还款额的研究

等额本金还款法原则: 每期还款分两部分, 既本金和利息, 每期还款的本金都相等, 利息随本金逐次递减。

因此, 每期还款额 = 每期还款本金 + 每期还款利息

又因为每期还款的本金都相等, 所以如果采用方案 2: (月利率为 0.38%), 有

$$\text{每期还款本金} = \frac{\text{贷款本金}}{\text{还款期数}} = \frac{400000}{30}$$

每期还款利息 = (贷款本金 - 累计已还本金) × 月利率 × 2 (每两个月还付一次) 也就是;

$$\text{每期还款利息} = \left[400000 - (\text{还款次数} - 1) \times \frac{400000}{30} \right] \times 0.0038 \times 2 \quad (60/30)$$

$$\text{第一期还款额} = \frac{400000}{30} + \left[400000 - (1 - 1) \times \frac{400000}{30} \right] \times 0.0038 \times 2$$

$$= 16373.33$$

$$\text{第二期还款额} = \frac{400000}{30} + \left[400000 - (2-1) \times \frac{400000}{30} \right] \times 0.0038 \times 2 = 16272.01$$

$$\text{第三期还款额} = \frac{400000}{30} + \left[400000 - (3-1) \times \frac{400000}{30} \right] \times 0.0038 \times 2 = 16170.67$$

.....

$$\text{第 } n \text{ 期还款额} = \frac{400000}{30} + \left[400000 - (n - 1) \times \frac{400000}{30} \right] \times 0.0038 \times 2$$

一般地, 若设每期还款额为 x_n , 贷款本金为 A, 还清款总月数为 M,

还清款次数总和为 N, 月利率为 P, 还款次数为 n, (A、M、N 是常数, x_n

和 n 是变数 $n \leq N$), 可以得出:

每期还款额的数学模型为

$$x_n = \frac{A}{N} + \left[A - (n-1) \frac{A}{N} \right] \times \frac{M}{N} P \quad (1)$$

2、分期付款总额的研究

由模型 (1) 可知 x_n 是一个首项为 $X_1 = \frac{A}{N}(1+MP)$ 公差为

$d = -\frac{AMP}{N^2}$ 的等差数列。由公差小于零可知，此数列是一个

单调递减的等差数列

求得第 n 次付款的前 n 项和为

$$S_n = \frac{\left\{ \frac{A}{N}(1+MP) + \frac{A}{N} + \left[A - (n-1)\frac{A}{N} \right] \times \frac{M}{N}P \right\}n}{2}$$

化简后前 n 次付款总额的数学模型为：

$$S_n = n \frac{A}{N} + \frac{PMAn}{N} \left[1 + \frac{(1-n)}{2N} \right] \quad (2)$$

在选择几种方案进行比较、权衡时，一般要利用上述两个公式计算以每期付款和付款总额。由于计算量过大，总令人望而生畏，而如果用 TI 图形计算器设计计算程序，则可以避开繁琐的公式计算，只要输入数据，就可以轻松得出各种方案的答案。

三、程序设计与计算过程：

1、 每期还款额程序设计：

计算过程：

```
PROGRAM:BC
:Prompt A,M,N,P,
n
:A/N+(A-(n-1)(A/
N))P(M/N)*X
:Disp "JGS",X
:
```

```
prgmBC
A=?400000
M=?60
N=?30
P=?0.0038
n=?10
```

```
M=?60
N=?30
P=?0.0038
n=?10
JGS
15461.33333
Done
```

计算得第十期付款额为 15461.333 元。(也可以选择其它付款方案进行各期付款额的计算)

2、还款总额(第 n 期)程序设计：

计算过程：

```
PROGRAM:AD
:Prompt A,M,N,P,
n
:(A/N*n+P*M/N((n
A-A/Nn(n-1)/2))*
S
:Disp "JGS",S
```

```
prgmAD
A=?400000
M=?60
N=?30
P=?0.0038
n=?30
```

```
M=?60
N=?30
P=?0.0038
n=?30
JGS
447120
Done
```

计算五年(60月)还款总额为 447120 元。(其它付款方案结果均可以由该程序计算得到)

利用设计程序计算结果

方案	付款次数 N	付款方案	第十次 (n=10) 付款额 X_{10}	付款总额 S	与一次性付款差额	付款期 (月) M
1	15	购买后 4 个月第一次付款, 再过 4 个月第二次付款, 再过 60 个月第 15 次付款。	29098.67	448640	48640	60
2	30	购买后 4 个月第一次付款, 再过 4 个月第二次付款, 再过 60 个月第 15 次付款。	15461.33	447120	47120	60
3	60	购买后 1 个月第一次付款, 再过 1 个月第二次付款... 购后 60 个月第 60 次付款	7958.67	446360	46360	60
注	规定月利率为 0.38%, 每月利息按复利计算。					

四、总结与反思

分期付款问题的研究分两个过程。

1、每期付款额和各期付款总额数学模型建立, 体现数学的一种建模思想。

2、用 TI 图形计算器编程进行各种方案计算, 体现数学的一种计算方法。

两者的统一是数学研究问题的完整过程。

在计算出结果后, 消费者会对自己如何购买住房 (或汽车) 作出正确的选择。

在研究“等额本金还款法”这个问题的过程中, TI 图形计算器为我们师生解决问题提供了强有力的支持。课堂上, 两个数学模型建立后, 学生们不满足直接的利用计算器对模型进行计算, 在发现计算烦琐、麻烦、容易出错 (必须记住数学模型) 后, 在老师的引导下, 很多学生又提出编程, 自己设计程序解决这个问题要求, 而编程本身就是一种创造, 学生的提法就是一种创新思维。因此; 我们可以利用 TI 图形计算器探究各类与数学有关的问题。在这节探究式活动课上, TI 图形计算是我们师生学习好伙伴, 也是我们研究问题的得力的助手。

20003.2.28

(分期付款问题研究之一、待续)