

2008 年上海市 T I 杯高二年级数学竞赛

个人赛试题

(2008 年 5 月 25 日上午 9:00~10:30)

题号	一	二	三	四	总分
得分					
评卷人					
复卷人					

一、填空题 (共 8 小题, 前 4 小题每题 6 分, 后 4 小题每题 9 分, 满分 60 分)

1、方程 $5^5 + x^5 + 7^5 + x^5 + 8^5 = 54748$ 的正实数解为_____.

2、计算: (1) $\sqrt{627953481} + \sqrt{672935481} =$ _____;

(2) $\sqrt{\sqrt{254817369} - \sqrt{152843769}} =$ _____.

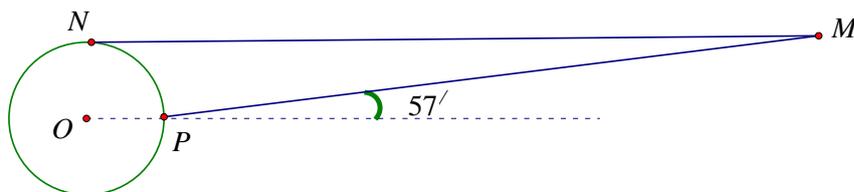
3、过点 (3, 8), (4, 30), (5, 72), (6, 140) 的三次函数 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的表达式是_____.

4、设分别投掷 A, B 两个骰子所得的点数顺次为 a, b, 则使得关于 x 的二次方程 $x^2 - 2(a-3)x - b^2 + 9 = 0$ 有实数解的数对 (a, b) 共有_____个.

5、若一个三位正整数的平方的最后三位数与原数相同, 则满足条件的所有三位数为_____.

6、函数 $y = \sqrt{3-4x} + \sqrt{2x+1}$ 的最大值为_____.

7、某一时刻, 在地球北极 N 处观察到月球 M 正好在地平线方向上, 同时在地球赤道 P 处观察月球 M 在天顶偏北 $57'$ 的方向上, 已知地球半径 $R = 6370$ km, 又假定地球球心 O, 点 N, P, M 在同一平面上, 则此时月球 M 到地球表面的最短距离是_____ km (精确到 10^3 km).



8、记 $s(m)$ 表示正整数 m 的各位数码的和, 则 $s(1) + s(2) + \dots + s(2008) =$ _____.

学校_____ 姓名_____ 年级_____ 性别_____ 准考证号_____

装 订 线

解答以下三题必须写出解题的必要步骤.

二、(本题满分 20 分) 求出所有的正整数 n , 使得

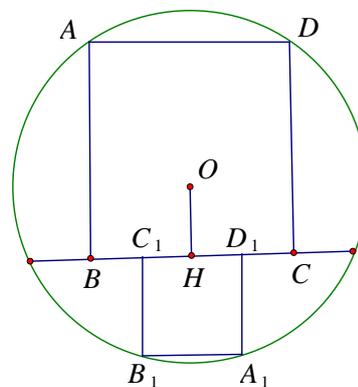
$$\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{4}\right] + \left[\frac{n}{5}\right] = 69,$$

其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数.

【解】

三、(本题满分 20 分) 如图, 圆 O 的一条弦的弦心距为 $OH=2008$, 在两个弓形内分别作两个正方形 $ABCD$, $A_1B_1C_1D_1$, 其中点 A, D, A_1, B_1 都在圆弧上, 点 B, C, C_1, D_1 都在这条弦上, 求这两个正方形的边长的差 (大边减小边).

【解】



四、(本题满分 20 分) 已知在直角坐标系上有一个以点 $A(2008, 525)$ 为圆心, 1 为半径的圆盘 (包括圆周) G , 且抛物线 $y^2 = 2px$ 的图像恰好与圆盘 G 有公共点, 求 p 的取值范围 (精确到 0.001).

【解】

装
订
线